

Chapitre 2 Les retraites

Le modèle à générations imbriquées est utilisé pour étudier les problèmes posés par le vieillissement de la population. Le vieillissement de la population est dû à la conjonction de deux phénomènes : l'allongement de la durée de vie et la baisse de la fécondité. La conséquence en est une baisse du taux de croissance de la population. Dans tous les pays développés (Japon, USA, Allemagne, Italie, France...) les vieux vont représenter une part croissante de la population en raison de l'allongement de la durée de vie. Plus de vieux moins de jeunes, ceci va déséquilibrer le financement du système de retraite par répartition.

La population française vieillit, l'espérance de vie à 60 ans était en 2000 de 20,2 années pour les hommes et de 25,6 années pour les femmes, elle va passer à 25,9 et 31 en 2040. Elle augmente approximativement de 6 ans. Cette évolution démographique implique mécaniquement, si l'on ne réforme rien, l'augmentation du rapport entre retraités et actifs et de la part de la richesse consacrée aux retraites :

| | 2000 | 2010 | 2020 | 2040 |
|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Rapport retraité/actif | 0,38 | 0,43 | 0,54 | 0,73 |
| Part du PIB consacrée à la retraite | 12,6% | 12,4% | 14,2% | 16,3% |

(Sources : INSEE, maquette DREES 2001)

Le rapport (retraités / actifs) est le **taux de dépendance**. Dans notre modèle à GI le taux de

dépendance prend la forme
$$\frac{N_{t-1}}{N_t} = \frac{1}{(1+n)}$$

La réponse de politique économique au problème de vieillissement est dans tous les pays, d'inciter les actifs à travailler plus longtemps. L'UE a pour objectif d'augmenter le taux d'emploi pour les 60-64 ans.

La France est le pays européen avec le plus faible taux d'emploi des vieux. Le gouvernement socialiste en 1982 a réduit l'âge légal de la retraite à 60 ans et a développé la préretraite. Depuis pour « sauver la retraite par répartition » les réformes successives sont :

La réforme **Balladur** en 1993 a réduit les retraites en indexant les pensions sur les prix (et non plus sur les salaires, privant ainsi les retraités des gains de productivité) et en fondant le calcul du montant des pensions en référence au salaire moyen des 25 meilleures années au lieu des 10 meilleures années.

La réforme **Fillon** de 2003 a allongé la durée de cotisation exigée pour bénéficier d'une retraite à taux plein, qui était de 37½ ans de cotisations avant 1994 et qui sera de 41 ans en 2012. L'objectif fixé par la loi est de maintenir constant le ratio (durée d'activité / temps passé à la retraite) ce ratio est approximativement égal à 2 (40 ans / 20 ans). Si l'espérance de vie augmente de 1 an, il faut donc que la durée d'activité augmente de 2 ans. La durée d'activité devrait (selon ce principe) passer à 41 ans en 2012, 42 ans en 2016, 43 ans en 2020, 44 ans en 2028, 45 ans en 2036. De plus la réforme Fillon a créé des dispositifs d'épargne retraite : épargne salariale (PERCO-I : Plan d'Épargne Retraite Collectif Interentreprises) et d'épargne individuelle (PERP : Plan d'Épargne Retraite Populaire).

La réforme **Woerth** de 2010 a relevé l'âge légal de la retraite qui passe de 60 à 62 ans. L'âge de départ augmente de 4 mois par an à partir de 2012, il sera donc à 62 ans en 2018. Le taux de cotisation des salariés du public est progressivement aligné sur celui du privé.

La réforme **Ayrault** de 2013 a augmenté les cotisations de 0,15 points à partir de 2014, crée un "compte pénibilité" financé par une contribution payée par les entreprises, confirme l'allongement de la durée de cotisation d'un trimestre tous les trois ans entre 2020 et 2035.

Le problème du vieillissement pose un problème de partage de la richesse entre jeunes et vieux. Mais le problème démographique du vieillissement n'est pas le seul problème posé à l'institution des retraites. D'un point de vue macroéconomique la question du rôle de cette institution doit être envisagée du point de vue de son efficacité. Deux types d'inefficacité sont en causes. L'inefficacité dynamique et l'inefficacité liée à la qualité du stock de capital humain lorsqu'on tient compte du fait qu'au cours de la vie, le capital humain se déprécie. Nous allons donc distinguer ces trois problèmes dans les trois sections :

Section 1 : Système de retraite et inefficacité dynamique

Section 2 : Problèmes démographiques

Section 3 : L'efficacité des retraites et vieillissement du capital humain

La bibliographie complète sur la question des retraites est disponible sur le site :

<http://www.cor-retraites.fr/>

Elle est rangée par mots clefs sur la page

<http://www.cor-retraites.fr/rubrique1.html>

Section 1 : Systèmes de retraite et inefficience dynamique

Nous décrivons les deux systèmes de retraite, capitalisation et répartition, puis nous montrons que le choix efficient du système de retraite (c'est à dire du système qui permet de maximiser le bien être) se fait par rapport à la question de l'efficience dynamique.

1. Répartition et capitalisation (pay as you go system versus funded system)

La retraite par **répartition** (mis en place en France en 1941¹) consiste à ce que les cotisations prélevées sur les travailleurs servent à payer les pensions versées aux vieux durant la même année. C'est une forme d'épargne forcée pour les individus, mais qui n'engendre aucune épargne macroéconomique puisque les cotisations versées sont immédiatement redistribuées sous forme de pensions².

La retraite par **capitalisation** consiste à épargner pour ses vieux jours. Les salariés investissent leur épargne sur les marchés financiers (soit directement soit au travers de fonds de pension surtout développés aux USA et au Japon) et cette épargne et les revenus qu'elle génère sont utilisés pour financer leur consommation lorsqu'ils sont retraités. La différence avec le système précédent est que la capitalisation engendre une épargne macroéconomique.

Remarquons que l'épargne par capitalisation peut également être forcée (par la loi). Il ne faut pas confondre répartition et système de retraite obligatoire, la capitalisation peut aussi être obligatoire. Un système de retraite **obligatoire** est intéressant si on suppose les agents myopes, souffrant d'incohérence temporelle. On peut alors craindre qu'ils n'attachent pas assez d'importance à la nécessité d'épargner pour leurs vieux jours. Le système de retraite joue alors un rôle **tutélaire** en les forçant à épargner. Nous n'abordons pas cette question pour nous concentrer sur la question de **l'efficience**³. Par la suite on supposera l'agent suffisamment informé pour que son épargne soit libre.

La **rentabilité du système par capitalisation** est égale au taux d'intérêt (r) qui rémunère l'épargne sur les marchés financiers. Si j'épargne 1 € aujourd'hui j'aurai $(1+r)$ € demain. La **rentabilité du système par répartition** est égale au taux de croissance de l'économie (g). En effet, en théorie la masse salariale évolue à ce taux, donc à taux de cotisation inchangé les retraites évoluent également à ce taux. Si je cotise 1 € aujourd'hui j'aurai $(1+g)$ € demain.

Alors que la retraite par répartition était plus rentable durant les « trente glorieuses » (où $g > r$) la retraite par capitalisation est plus rentable aujourd'hui (où $r > g$). C'est ce que nous voulons expliquer ici de façon intuitive avant d'en donner la démonstration par la suite.

Si (quand $r > g$) le système de capitalisation est « plus rentable » pour les individus, il est également « plus efficient » d'un point de vue macroéconomique. En effet dans une situation où il y a peu de croissance et une rentabilité élevé du capital (car il n'y a « pas assez » de capital), l'économie est en situation de sous accumulation ($k^* < k^{or}$) car l'épargne est faible.

¹ La retraite par répartition a été mise en place par le gouvernement de Vichy le 14 mars 1941.

² On distingue trois régimes de répartition : Le système par annuités où la pension dépend du nombre d'années de cotisation. C'est le système conservé en France. Le système par points où la pension dépend du montant des cotisations versées. Evidemment, sous certaines conditions les deux systèmes sont équivalents. Le système des comptes notionnels, où la pension dépend du capital virtuel accumulé auquel est appliqué un coefficient dont la valeur dépend de l'âge effectif de départ à la retraite et de l'espérance de vie à cet âge.

³ L'intervention de l'Etat peut être envisagée sous l'angle de l'efficience ou sous l'angle de son rôle tutélaire.

Or le système par répartition est défavorable à l'épargne ; ce système n'engendre aucune épargne macroéconomique puisque les cotisations retraite payées par les travailleurs sont immédiatement transférées aux retraités et consommées.

Le système par capitalisation est favorable à l'épargne et toute la masse des contributions aux fonds de pension est transformée en investissement. Le système par capitalisation favorise donc l'épargne, l'investissement et la croissance. La capitalisation conduit (quand $r > g$) à augmenter la richesse totale.

Ceci dit, évidemment la comparaison des deux systèmes a une composante idéologique. La comparaison des systèmes répartition/capitalisation se fait dans le débat public sur d'autres points : Sur des questions d'assurance (quel est le système qui assure face aux crises la retraite la plus stable). A cet égard la crise financière est un argument contre la capitalisation, mais la crise économique est un argument contre la répartition. La comparaison se fait aussi sur la question de la résistance au choc démographique (quel système résiste le mieux au vieillissement). On discutera de ces aspects. Mais la question de la rentabilité individuelle et globale des deux systèmes est fondamentale. Or cette question est plus compliquée qu'il n'y paraît. En effet il est surprenant qu'un système institutionnel « crée » de la richesse. Pour comprendre cela nous allons utiliser le modèle à générations imbriquées et le concept d'inefficience dynamique.

2. La retraite dans le modèle à GI.

2.1 Capitalisation

Le modèle du chapitre 1, où l'agent épargne en prévision de sa retraite modélise le fonctionnement du système de retraite par *capitalisation*.

$$\text{quand il est jeune} \quad : \quad c_t^j + s_t = w_t \quad (1)$$

$$\text{quand il est vieux} \quad : \quad c_{t+1}^v = (1 + r_{t+1}) \cdot s_t \quad (2)$$

On détermine le revenu de cycle de vie de l'agent en écrivant sa contrainte budgétaire intertemporelle. Son revenu de cycle de vie (R) est égal, d'après (1 et 2), à son salaire obtenu durant la première période. Ce salaire permet à l'agent de consommer au cours de sa vie :

$$\text{La contrainte budgétaire intertemporelle est : } R_{cap} = w_t = c_t^j + \frac{c_{t+1}^v}{1 + r_{t+1}} \quad (3)$$

On retiendra que R_{cap} représente la richesse de l'agent, elle est ici égale à son salaire.

2.2 Répartition

Il s'agit d'un système de transfert entre générations vivant à chaque période. Dans le système de répartition, un agent né en t est taxé au taux τ sur son salaire lorsqu'il est jeune $w_t(1 - \tau)$ et reçoit, quand il est vieux en $t+1$, un montant T_{t+1} de retraite.

$$\text{Quand il est jeune} \quad : \quad c_t^j + s_t = w_t(1 - \tau) \quad (4)$$

$$\text{Quand il est vieux} \quad : \quad c_{t+1}^v = T_{t+1} + (1 + r_{t+1})s_t \quad (5)$$

$$\text{La contrainte budgétaire intertemporelle est : } R_{rep} = c_t^j + \frac{c_{t+1}^v}{1 + r_{t+1}} = w_t(1 - \tau) + \frac{T_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \quad (6)$$

Où R_{rep} représente la richesse de l'agent dans ce système de répartition.

Nous allons comparer les richesses (3 et 6) sous les deux systèmes. Il nous faut pour cela tenir compte de l'équilibre budgétaire de la caisse de retraite pour savoir à quoi peut être égale la pension T_{t+1} .

Considérons l'équilibre budgétaire de la caisse de retraite. Par commodité, plaçons-nous en $t+1$. Les retraites distribuées aux N_t vieux en $t+1$, sont financées par les taxes prélevées sur les N_{t+1} jeunes en $t+1$ de façon à ce que l'équilibre budgétaire de la caisse de retraite soit réalisé : $N_t.T_{t+1} = N_{t+1}.\tau.w_{t+1}$. En divisant par N_t , l'équilibre comptable de la caisse s'écrit :

$$T_{t+1} = (1+n).\tau.w_{t+1} \quad (7)$$

On remarque que grâce à la poussée démographique (n) la retraite perçue par chaque retraité (T_{t+1}) est plus importante que la cotisation versée par chaque actif contemporain ($\tau.w_{t+1}$) et plus importante que la cotisation qu'il avait versé ($\tau.w_t$) car si on tient compte du progrès technique (x) on a $w_{t+1} = (1+x)w_t$ et alors l'équation (7) devient $T_{t+1} = (1+n)(1+x).\tau.w_t$. Dans le système par répartition, c'est (n ou $\gamma = n+x$) qui fait office de taux d'intérêt sur ce qui est « consacré à la retraite » $\tau.w_{t+1}$ ou $\tau.w_t$.⁴

Nous pouvons maintenant réécrire la richesse de l'agent (équation 6) dans ce système par répartition, en tenant compte de l'équilibre comptable (équation 7).

A l'état régulier, $r_{t+1} = r_t = r$ et $w_{t+1} = w_t = w$ et en remplaçant (7) dans (6) :

$$R_{rep} = w(1-\tau) + \frac{T}{(1+r)} = w(1-\tau) + \frac{(1+n)\tau w}{(1+r)} = w \left(1-\tau + \tau \frac{(1+n)}{(1+r)} \right) \quad (8)$$

Si $n > r$ alors $R_{rep} > R_{cap}$

Si nous supposons un progrès technique qui fait croître les salaires au taux $x \geq 0$, la retraite obtenue est : $T_{t+1} = (1+n)(1+x)\tau.w_t$. La richesse sur le cycle de vie est alors :

$$R_{rep} = w_t(1-\tau) + \frac{(1+n)(1+x)}{(1+r)} \tau.w_t. \text{ Posons } (1+n)(1+x) \cong (1+\gamma) \text{ où } \gamma \cong x+n \text{ est le taux de}$$

$$\text{croissance de l'économie, et réécrivons } R : R = w_t \left(1-\tau + \tau \frac{(1+\gamma)}{(1+r)} \right) \quad (9)$$

On a donc obtenu deux contraintes budgétaires inter-temporelles (la 3 en capitalisation, la 8/9 en répartition) qui nous donnent la richesse des agents sous les deux systèmes. On se demande si la création d'un système de retraite par répartition constitue une amélioration au sens de Pareto par rapport au système de retraite par capitalisation. Remarque : on considère que la "création" consiste à faire passer le taux de cotisation (τ) de zéro à une valeur positive).

3. Retraite et inefficience dynamique.

3.1 Comparaison des deux systèmes au niveau microéconomique

Comparons les équations du revenu de cycle de vie d'un agent sous les deux systèmes (3) et (8/9).

⁴ Attention au sophisme de composition. Pour l'individu qui "consacre à la retraite" $\tau.w_t$ le taux de rentabilité c'est γ , pour la société qui consacre $\tau.w_{t+1}$ c'est n . Pour l'individu le taux de croissance constitue bien la « rentabilité du système par répartition ». Mais le système de retraite par répartition n'a en lui-même aucune rentabilité à la différence du système par capitalisation, puisqu'il n'engendre aucun investissement.

Si avant l'introduction du système par répartition :

$r < n$: la richesse de l'agent, donc son bien être augment en passant à la répartition⁵

Si cela est vrai pour tous les agents, alors la création d'un système de retraite par répartition constitue une amélioration au sens de Pareto.

Pourquoi cela peut il être vrai pour tous les agents ? Comment la seule création d'un système institutionnel peut « créer » de la richesse au niveau macroéconomique ?

3.2 Comparaison des deux systèmes au niveau macroéconomique

On sait que si $r < n$, l'économie est en inefficience dynamique, l'épargne est excessive. Il y a trop de capital à l'état régulier, plus exactement $k^* > k^{or}$. La création d'un système de retraite par répartition, fait baisser l'épargne excessive des jeunes.

Montrons le en résolvant les deux modèles parallèlement.

| Capitalisation | Répartition |
|--|--|
| $c_t^j + s_t = w_t$ (a) | $c_t^j + s_t = w_t(1-\tau)$ (a) |
| $c_{t+1}^v = (1+r_{t+1}) \cdot s_t$ (b) | $c_{t+1}^v = T_{t+1} + (1+r_{t+1})s_t$ (b) |
| CBI : $c_t^j + \frac{c_{t+1}^v}{1+r_{t+1}} = w_t$ (c) | CBI: $c_t^j + \frac{c_{t+1}^v}{1+r_{t+1}} = w_t(1-\tau) + \frac{T_{t+1}}{1+r_{t+1}}$ (c) |
| Max $V_t = \ln c_t^j + \frac{\ln c_{t+1}^v}{1+\rho}$ sous CBI donne $\frac{c_{t+1}^v}{c_t^j} = \frac{1+r_{t+1}}{1+\rho}$ soit : $c_{t+1}^v = \frac{1+r_{t+1}}{1+\rho} \cdot c_t^j$ (d) | |
| (d) et (b) implique : $c_t^j = (1+\rho) \cdot s_t$ (e) | (d) dans (b) $c_t^j = \frac{1+\rho}{1+r_{t+1}} \cdot T_{t+1} + (1+\rho) \cdot s_t$ (e) |
| (e) dans (a) implique : $(2+\rho) \cdot s_t = w_t$ et donc | (e) dans(a): $\frac{1+\rho}{1+r_{t+1}} \cdot T_{t+1} + (2+\rho) \cdot s_t = w_t(1-\tau)$ et donc : |
| $s_t^{cap} = \frac{w_t}{2+\rho}$ | $s_t = \frac{w_t(1-\tau)}{(2+\rho)} - \frac{1+\rho}{(1+r_{t+1})(2+\rho)} \cdot T_{t+1}$ comme l'équilibre comptable de la caisse de retraite impose $T_{t+1} = (1+n) \cdot \tau \cdot w_{t+1}$ $s_t = \frac{(1-\tau)w_t}{2+\rho} - \frac{(1+\rho)(1+n)}{(1+r_{t+1})(2+\rho)} \tau w_{t+1}$ |

Avec un système de retraite par répartition l'épargne est donc :

$$s_t^{rep} = \frac{1}{2+\rho} \left[w_t - \tau w_t - \frac{(1+\rho)(1+n)}{(1+r_{t+1})} \tau w_{t+1} \right] \quad (10)$$

Nécessairement $s^{cap} > s^{rep}$. L'équation (10) permet de comprendre que la retraite par répartition (la hausse du taux de cotisation τ) réduit l'épargne pour deux raisons :

- Une baisse du salaire net de cotisation des jeunes, qui diminue leur capacité à épargner
- Une hausse du niveau des retraites par répartition, qui réduit les besoins d'épargne.

⁵ $r > n$: la richesse de l'agent, donc son bien être diminue en passant à la répartition, on examine ce cas au § suivant.

Exercice : montrez ce résultat avec un impôt forfaitaire.

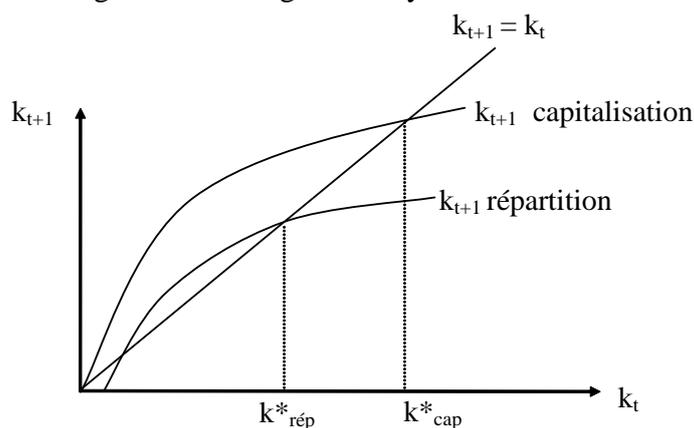
Cette démonstration est importante pour bien comprendre le débat sur l'influence de la "sécurité sociale" sur l'épargne. C'est Martin Feldstein en 1974 qui lance le débat⁶ sur la question de savoir si les systèmes d'assurance obligatoire (retraite, santé...) réduisaient l'épargne des américains. Le sophisme combattu à l'époque est celui-ci : *la retraite par répartition, en imposant une épargne forcée aux agents, conduit à diminuer l'épargne volontaire, sans changement de l'épargne totale, puisque la diminution de l'épargne volontaire est identique à l'augmentation de l'épargne forcée*. Ce raisonnement est un sophisme de composition : ce qui est vrai au niveau individuel ne l'est pas nécessairement au niveau macroéconomique. Pour un individu, qu'il cotise ou qu'il épargne, il "met de côté" le même montant, pour lui la répartition ne change pas "ce qu'il épargne pour la retraite". Mais au niveau macroéconomique, dans le système par répartition, « l'épargne forcée » n'engendre aucune épargne macroéconomique, puisque les cotisations des jeunes sont immédiatement distribuées aux vieux et consommées. Le système par répartition réduit bien l'épargne macroéconomique. Le système de retraite par répartition a des conséquences sur le bien être.

Le système de retraite par répartition, en réduisant les capacités et les besoins d'épargne, **réduit l'épargne** macroéconomique et du même coup les capacités de financement de l'économie, le capital par tête diminue et donc l'inefficience dynamique.

| | |
|--|---|
| Comme $w_t = (1-\alpha).k_t^\alpha$, $r_{t+1} = Pmk_{t+1} - \delta = \alpha k_{t+1}^{\alpha-1} - 1$, $s_t = (1+n).k_{t+1}$ | |
| $k_{t+1} = \frac{(1-\alpha).k_t^\alpha}{(1+n).(2+\rho)}$ | $k_{t+1} = \frac{(1-\tau)(1-\alpha)k_t^\alpha}{(1+n).(2+\rho)} - \left[\frac{(1+\rho)}{(1+\alpha k_{t+1}^{\alpha-1}-1)(2+\rho)} \right] \tau.(1-\alpha)k_{t+1}^\alpha$ |
| $k_{cap}^* = \left(\frac{(1-\alpha)}{(1+n).(2+\rho)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ | $k_{rep}^* = \left(\frac{(1-\alpha)(1-\tau)}{(1+n) \left[(2+\rho) + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} (1+\rho)\tau \right]} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ |

Conclusion : $k_{cap}^* > k_{rep}^*$, le capital par tête est réduit en régime de retraite par répartition.

Figure 1 : état régulier et système de retraites



3.3 En inefficience dynamique la création de la retraite par répartition est une ASP

Si $r < n$, on est en inefficience dynamique $k_{capitalisation}^* > k^{or}$, la création d'un système par répartition, les transferts des jeunes vers les vieux, au taux (τ) réduisent et peuvent éliminer

⁶ Feldstein, M. (1974) Social Security, Induced Retirement and Aggregate Capital Accumulation, *Journal of Political Economy*, 82, 905-26.

complètement l'inefficience dynamique, et comme on l'a montré au chapitre 1 conduire à une Amélioration au sens de Pareto⁷. Un système de retraite par répartition est une amélioration au sens de Pareto lorsque le taux de croissance de l'économie est plus élevé que le taux d'intérêt ($\gamma > r$), le rendement du système étant fondé sur la croissance de la masse salariale (qui croît au taux n , ou au taux γ si $x > 0$). Ce fut le cas durant les trente glorieuses en Europe. Des auteurs prétendent que c'est le cas aujourd'hui en Chine. L'énorme taux d'épargne des chinois s'expliquerait par l'absence de système d'assurance social. La création d'un tel système diminuerait l'inefficience dynamique de l'économie chinoise.

4. Retraite et sous accumulation

Inversement, la capitalisation est « meilleure » en sous accumulation, quand $r > \gamma$, car l'épargne capitalisée rapporte davantage. Cela est le cas au niveau microéconomique⁸ et macroéconomique. La capitalisation augmente l'épargne, le capital, la production et le bien être d'état régulier. Si $r > \gamma$ on est en sous capitalisation et $k^*_{rep} < k^{or}$ alors un système par capitalisation qui augmente k^* est meilleur à l'état régulier.

La question est alors de savoir **pourquoi on ne change pas de système** pour adopter la capitalisation qui est un meilleur système dans une situation de sous accumulation ?

On va discuter concrètement de cette question sur le plan de la politique économique en commençant par le débat concernant la justice.

4.1 Capitalisation et justice

Dans le débat politique répartition / capitalisation, ce sont les arguments de justice sociale qui sont mis en avant. Il existe en France une très grande réticence politique à la capitalisation parce que ce système est jugé « injuste » au motif que seuls les riches ont une capacité d'épargne. D'ailleurs la seule politique envisagée est de « sauver la répartition ». Il existe en effet, nous le verrons par la suite, certains arguments de "justice" pour la répartition. Mais au niveau de généralité de notre modélisation la retraite par capitalisation n'est pas plus injuste que la retraite par répartition. Dans les deux systèmes, les riches salariés ont des retraites élevées et les pauvres salariés ont des retraites faibles. Curieusement les retraites par répartition sont considérées en France comme un système de *redistribution*. Or le rôle du système de retraite n'est pas de faire de la redistribution. La justice doit être réalisée par la redistribution des revenus par la fiscalité. On peut prendre aux riches pour donner aux pauvres sans que cela passe par le système des retraites. Les retraites par répartition sont effectivement

⁷ Exercice : montrez que $\tau^{or} = \frac{1}{1-\alpha} \left(\frac{1-\alpha}{2+\rho} - \alpha \right)$ et commentez $\tau^{or} > 0$ si $\frac{1-\alpha}{2+\rho} > \alpha$

⁸ Un exemple peut illustrer les conséquences apparentes de cette différence de rendement : Supposons selon les principes de la retraite par répartition, que chaque jeune donne pendant 40 ans 12 000 € par an pour financer la retraite des vieux contre la promesse d'obtenir 24 000 € par an pendant 20 ans de retraite. Le capital que les jeunes auraient pu accumuler en plaçant pendant 40 ans 12 000 € par an au taux de 5 % est :

$$12000(1+0.05)^{39} + \dots + 12000 = 12000 \sum_{t=0}^{39} 1.05^t = 12000 \frac{1-1.05^{40}}{1-1.05} = 1.449.600 \text{ €}$$

C'est-à-dire en divisant par 20 une retraite de 72 480 € par ans durant 20 ans. Une retraite 3 fois plus forte qu'en répartition !!!

Cet exemple qui fait l'apologie de la capitalisation doit vous conduire à réfléchir à l'intérêt du modèle macroéconomique que nous étudions... (et aux limites du raisonnement « toutes choses égales par ailleurs ».)

des **transferts**, mais des transferts entre générations, transferts qui ont pour but de résoudre un problème d'inefficience, pas des transferts entre riche et pauvres visant à résoudre un problème de justice.

Sur la question de la justice, soulignons que le système par répartition n'est pas exempt d'injustice. Dans notre modèle, si on⁹ suppose que la durée de vie des agents est hétérogène et incertaine, le système par répartition engendre des transferts de richesse entre les agents à faible espérance de vie (dans les faits, les plus pauvres) vers les agents à forte espérance de vie (les plus riches). La capitalisation supprime cette caractéristique injuste. Drouhin (2001) montre que développer la capitalisation (versée en rente viagère) améliore le bien-être des groupes sociaux dont l'espérance de vie est la plus faible.

Si le passage à la capitalisation constituait une ASP il serait dommageable (pour le bien être de tous et donc des pauvres) de s'en priver. Les critères de justices doivent satisfaire l'efficience parétienne. La question théorique est donc d'abord de savoir si le passage à la capitalisation est une ASP.

4.2 Passage à la capitalisation et absence d'ASP

Le fait de dire que la capitalisation semble aujourd'hui un « meilleur » système que la répartition, ne veut pas dire que le passage d'un système de répartition à la capitalisation soit une amélioration au sens de Pareto. En effet, mettre fin à la répartition lèse la dernière génération, celle qui a payé la cotisation pour donner une retraite aux vieux, mais qui ne touchera pas sa retraite si le système de répartition prend fin. Passer à la répartition ne peut être une ASP.

On sait que souvent dans ce cas¹⁰ la solution de politique économique est qu'une compensation soit fournie. L'idée est que l'Etat pourrait compenser la retraite perdue par la dernière génération par un transfert forfaitaire. Le problème est le financement de ce transfert. Si celui-ci est financé par un impôt sur les jeunes, ce sont évidemment eux qui perdent à la réforme, qui « prennent la place de la dernière génération » et on n'a toujours pas d'ASP. L'idée est alors de financer ce transfert par la dette publique : le remboursement de la dette se faisant en taxant toutes les générations futures qui bénéficient de la réforme. Mais le modèle à générations imbriquées permet de montrer¹¹ que le gain de revenu que chaque génération future aura grâce à la réforme, sera juste suffisant pour assurer le service de la dette publique. Il n'y aura donc pas de gain net. Il est donc impossible de réaliser une ASP en supprimant le système de retraite par répartition.

Remarquons que l'on connaît cette conclusion depuis le chapitre 1, lorsqu'on a souligné que l'équilibre de sous accumulation est un optimum de Pareto : Tous les équilibres à gauche de k_{or} sont des optimums de Pareto à partir desquels il n'existe, par définition, aucune ASP possible. Ils sont "dynamiquement efficaces".

Un autre argument peut être tiré du modèle politico-économique sous l'hypothèse d'égoïsme. En dynamique transitoire, si l'on passe de la répartition à la capitalisation, le capital par tête augmente, le taux d'intérêt $r_t = \alpha k_t^{\alpha-1}$ baisse, le salaire $w_t = (1-\alpha)k_t^\alpha$ augmente et le salaire net augmente $(1-\tau)w_t$. Les jeunes voient donc leur revenu augmenter, et les vieux leur revenu baisser. Les jeunes sont donc favorables à la capitalisation et les vieux ont intérêt à la répartition. Les vieux bénéficient de la hausse du taux d'intérêt qui augmente la valeur de leur épargne. Dans la mesure où il y a vieillissement de la population, les vieux

⁹ N. Drouhin "Inégalités face à la mort et système de retraite" Rev. Eco. Pol. 2001

¹⁰ On sait que le critère de Pareto (de l'unanimité) ne peut s'appliquer que dans peu de cas, mais qu'il peut être étendu à de nombreux cas lorsqu'on introduit une compensation à la Hicks pour ceux qui perdent à la politique.

¹¹ Voir chap 3. La baisse des impôts aujourd'hui est compensée par la hausse future.

ont un poids électoral de plus en plus élevé, ils votent pour "sauver le système par la répartition"¹².

4.3 Durée de vie incertaine

Si on lève une hypothèse restrictive de notre modèle (la durée de vie certaine et connue) la capitalisation n'est pas nécessairement meilleure que la répartition.¹³

1) Si on suppose l'incertitude sur la date de la mort, il en résulte l'existence de legs involontaires. Comme une source de revenu des jeunes est l'héritage (involontaire) l'épargne privée est plus forte et le capital plus élevé lorsque la probabilité de vivre en deuxième période est ($p < 1$). On a $k(p)^* > k^*$

2) La capitalisation n'est plus identique à l'épargne privée comme on l'a supposé jusqu'ici. Si on crée un système de retraite par capitalisation, les cotisations retraites sont payées à un fonds de pension qui à la période suivante verse capital et intérêts aux seuls survivants. Ainsi les N_t agents de la période t épargnent au total $N_t s_t$ épargne qui génère à la période $t+1$ un revenu égal à : $N_t s_t (1+r_{t+1})$. Mais comme il n'y a que pN_t agents qui vivent la seconde période, chacun des agents vivant en seconde période obtient le revenu : $N_t s_t (1+r_{t+1})/pN_t$. En d'autres termes chaque agent vivant la seconde période de vie place s_t et reçoit $s_t (1+r_{t+1})/p$. Puisque ($p < 1$) **l'épargne en fonds de pensions est plus rentable que l'épargne privée**. La retraite par capitalisation permet de socialiser le risque de vie, un fond de pension est un actif qui domine systématiquement le capital privé. Il en résulte que l'intégralité de l'épargne est détenue sous forme de fonds de pension. Cela ne veut pas dire que l'épargne est plus important au contraire.

3) L'épargne diminue puisque l'héritage involontaire disparaît. En capitalisation, l'épargne des agents morts prématurément est redistribuée aux vieux qui survivent plutôt qu'aux jeunes sous forme d'héritage accidentel. $k(p)^* > k(p)^{*capitalisation} > k^*$.

Conclusion : La capitalisation, comme la répartition, a le défaut de réduire l'épargne privée et le niveau du capital : La répartition en instaurant un transfert des jeunes vers les vieux, la capitalisation en supprimant l'héritage involontaire qui existe si on relâche l'hypothèse de durée de vie certaine.

4.4 Equivalence des deux systèmes en cas d'altruisme

Si les agents sont altruistes, les systèmes de retraites par répartition et par capitalisation sont équivalents. La raison fondamentale est que les systèmes de retraite ne changent pas l'état régulier (la politique économique est inefficace). Il en est ainsi parce que l'état régulier est déterminé dans le modèle altruiste, uniquement par le taux d'égoïsme.

En effet $\phi = r = \alpha k^{\alpha-1}$ en résolvant en k : $k = \left(\frac{\alpha}{\phi}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ dont on tire $w, y, c, s...$

Cette équivalence implique les mêmes niveaux de PIB et d'épargne etc... alors que les systèmes de retraites sont différents. Cela s'explique parce que les agents neutralisent l'action de transfert de revenu organisé par l'Etat. Pour comprendre comment l'héritage (transfert

¹² Cela expliquer pourquoi lors des manifestations contre la réforme des retraites les vieux manifestaient sous le faux prétexte qu'ils pensent à leurs enfants !!!!

¹³ Voir Drouhin "Système de retraite et accumulation du capital : un modèle à générations imbriquées avec durée de vie incertaine". Recherches économiques de Louvain 1997

privé) permet de neutraliser le transfert public de la répartition développons rapidement le modèle altruiste à l'état régulier en introduisant la retraite par répartition.

$$c^j + \tilde{s} = w(1-\tau) + \tilde{x} \quad (1)$$

$$c^v = (1+r)\tilde{s} + T - (1+n)\tilde{x} \quad (2)$$

$$c^v = \frac{(1+r)}{(1+\rho)} c^j \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans } (2) \quad \frac{(1+r)}{(1+\rho)} c^j = (1+r)\tilde{s} + T - (1+n)\tilde{x} \quad (4)$$

$$(4) \text{ dans } (1) \quad c^j = (1+\rho)\tilde{s} + \frac{(1+\rho)}{(1+r)} T - \frac{(1+n)(1+\rho)}{(1+r)} \tilde{x}$$

En remplaçant $T = (1+n)\tau w$ et en résolvant en s :

$$\tilde{s} = \frac{1}{2+\rho} \left[w + (\tilde{x} - \tau w) + (\tilde{x} - \tau w) \frac{(1+\rho)(1+n)}{(1+\phi)} \right]$$

Comparons cette expression de l'épargne en répartition à l'expression de l'épargne en capitalisation altruiste¹⁴ (On peut aussi comparer à l'expression de l'épargne en répartition égoïste¹⁵). On vient de dire que le niveau de l'épargne n'a pas changée par rapport à la capitalisation (s^*). L'épargne est identique puisque le capital d'état régulier est inchangé et que la relation d'équilibre $I=S$ est toujours $(1+n)k = s$. On a donc $\tilde{s} = s^*$ il en résulte que $\tilde{x} - \tau w = x$ autrement dit que : $\tilde{x} = x + \tau w$. Puisque la caisse de retraite prélève un impôt, les gentils parents augmentent l'héritage qu'ils laissent à leurs enfants $\tilde{x} > x$ du montant exact de cet impôt. Les enfants n'ont plus de raisons de modifier leur épargne face à l'intervention de l'Etat (comme dans $s^{\text{répartition}}$ voir nbp 13) parce que leur parents, compensent leur perte de revenu.

En conclusion du §4 on ne passe pas à la capitalisation car : 1) Les électeurs trouvent la capitalisation "injuste". 2) Passer à la capitalisation n'est pas une ASP. 3) La capitalisation réduit aussi l'épargne sous l'hypothèse de durée de vie incertaine. 4) Capitalisation et répartition sont équivalentes sous l'hypothèse d'altruisme.

Conclusion de la section

Dans le débat sur les retraites il ne faut pas confondre le problème d'efficacité et le problème démographique (le problème économique et le problème comptable). Le problème d'inefficacité dynamique renvoie au choix du système Répartition / Capitalisation. Le problème démographique renvoie à la question du financement du système de répartition. C'est ce problème que nous allons étudier.

¹⁴ Equation (10) § 1.3.2 : épargne en capitalisation altruiste $s^* = \frac{1}{2+\rho} \left[w + x + x \frac{(1+\rho)(1+n)}{(1+\phi)} \right]$

¹⁵ Equation (10) § 2.2.4 : épargne en répartition égoïste $s^{\text{répartition}} = \frac{1}{2+\rho} \left[w - \tau w - \frac{(1+\rho)(1+n)}{(1+r)} \tau w \right]$

Section 2 : Problèmes démographiques du régime de répartition

Le vieillissement implique mécaniquement, si l'on ne réforme rien, l'augmentation du rapport entre retraités et actifs.

| (Sources : INSEE) | 2000 | 2010 | 2020 | 2040 |
|------------------------|------|------|------|------|
| Rapport retraité/actif | 0,38 | 0,43 | 0,54 | 0,73 |

Dans notre modèle le rapport retraités/actifs se formalise par $\frac{N_{t-1}}{N_t} = \frac{1}{(1+n)}$. Le vieillissement se formalise donc pour l'instant, simplement comme une **baisse de n**. Ce vieillissement impose une contrainte comptable au système de retraite par répartition. Nous allons examiner cette contrainte.

1. Contrainte comptable et survie du système de répartition

1.1 La contrainte dans le modèle de base

Le problème démographique pose un problème comptable d'équilibre de la caisse de retraite qui peut se représenter par une liaison entre trois taux.

- Le rapport entre le nombre de retraités et le nombre d'actifs est le **taux de dépendance**.

Dans le modèle à GI de base, il prend la forme $\frac{\text{Retraités}}{\text{Actifs}} = \frac{N_{t-1}}{N_t} = \frac{1}{(1+n)}$

Pour fixer les idées, entre 2000 et 2040, ce taux va passer de 40% à 70% ce qui correspond à une baisse de n de 1,5 à 0,4.

- Le « **taux de remplacement** » est défini comme le rapport entre la retraite et le salaire à un moment donné. $\lambda_{t+1} = \frac{T_{t+1}}{w_{t+1}}$

Pour fixer les idées, la retraite équivaut approximativement à 50% du salaire (En France a taux plein : 60% pour le secteur privé et 75% pour le public). Nous prendrons : ($\lambda = 0.5$).

- L'équilibre budgétaire de la caisse de retraite est réalisé si (équation (7) section 1) :

$$N_t T_{t+1} = N_{t+1} \cdot \tau \cdot w_{t+1} \quad \text{en divisant par } N_t : \quad T_{t+1} = (1+n) \cdot \tau \cdot w_{t+1}$$

- D'après la définition du taux de remplacement on peut aussi écrire $T_{t+1} = \lambda_{t+1} w_{t+1}$ en égalisant les deux expressions de T_{t+1} on obtient $\lambda_{t+1} w_{t+1} = (1+n) \tau w_{t+1}$ on en déduit le **taux de cotisation** qui permet l'équilibre financier de la caisse de retraite :

$$\tau = \lambda \times \frac{1}{(1+n)}$$

L'équilibre du financement des retraites par répartition se résume à cette équation :
(taux de cotisation) = (taux de remplacement) × (taux de dépendance)

Cette équation résume le problème comptable du financement des retraites par répartition. Des taux précédents on en déduit qu'en 2000 le taux de cotisation d'équilibre était égal à 20%¹⁶ :

$$\tau = 20\% = 50\% \times 40\%$$

Le vieillissement est une augmentation du taux de dépendance à 70%. Puisque le taux de dépendance est pour l'instant, dans ce modèle, complètement exogène, déterminé par n , il nous reste seulement deux instruments de politique économique τ et λ .

Puisque le taux de dépendance (exogène) passe d'ici 2040 de 40% à 70% on peut :

- augmenter le taux de cotisation τ à 35% = 50% x 70%
- baisser le taux de remplacement λ à 29% puisque 20% = 29% x 70%,

- faire les deux en respectant $\frac{\tau}{\lambda} = 0.7$

Les deux solutions sont manifestement très sévères. On sait que les Français consacrent 1/3 de leur revenu au logement, la première solution reviendrait à ce qu'ils consacrent également 1/3 de leur revenu à la retraite. La seconde solution conduit approximativement à réduire les retraites de moitié. Conclusion ces solutions sont impossibles.

Remarque : Le problème est bien un problème de partage du revenu entre jeunes et vieux :

- Si on augmente le taux de cotisation, le partage du revenu se fait au bénéfice des vieux.
- Si on baisse le taux de remplacement, le partage du revenu se fait au bénéfice des jeunes.

La politique consiste à choisir le partage équitable.

Y a-t-il d'autres solutions ? Nous allons en examiner deux¹⁷, une mauvaise idée et une meilleure : Une croissance plus forte pourrait elle nous dispenser de ce choix ? Peut-on empêcher la hausse du taux de dépendance ?

1.2 La croissance peut elle régler le problème ?

Un sophisme courant est le suivant : "si l'on retrouvait une croissance forte, le financement des retraites ne serait pas un problème, car grâce aux gains de productivité, moins d'actifs pourraient financer la retraite de plus de vieux" Exemple : tapez "Agoravox retraites Gil" dans Google

Ce raisonnement est incorrect. Il est fondé sur une confusion entre **taux de remplacement** (à un moment donné entre les salaires et les retraites $\lambda_{t+1} = \frac{T_{t+1}}{w_{t+1}}$) et **taux de**

remplacement individuel (le rapport entre la retraite et le salaire que touchait un individu. $\hat{\lambda}_{t+1} = \frac{T_{t+1}}{w_t}$. A l'équilibre de financement on a $\hat{\lambda}_{t+1} w_t = (1+n)\tau w_{t+1}$ et en présence de

progrès technique on a $\hat{\lambda}_{t+1} w_t = (1+n)\tau(1+x)w_t$. Le **taux de remplacement individuel** est : $\hat{\lambda} = \tau(1+n+x)$ et les gains de productivité (x) permettent effectivement d'augmenter le rapport entre le salaire qu'un individu touche durant sa vie et la retraite qu'il touchera plus tard.

Mais l'équilibre de la caisse de retraite dépend non pas du taux de remplacement individuel mais **du taux de remplacement**, du rapport entre les salaires et les retraites à un

¹⁶ Ce qui était approximativement le cas en 2000.

¹⁷ On pourrait ajouter : Peut on élargir l'assiette du taux de cotisation ? en examinant ce que proposent les syndicats en France, c'est-à-dire taxer le capital.

moment donné, et celui ci ne dépend pas, hélas, des gains de productivité. La croissance de la productivité augmente à la fois les retraites et les salaires, (elle laisse le rapport niveau des retraites / niveau des salaires inchangé), elle ne peut donc rééquilibrer le système par répartition dont le déséquilibre vient du rapport du nombre de retraités au nombre de travailleurs, du vieillissement pas du ralentissement de la croissance¹⁸.

Conclusion : Le progrès technique ne permet pas d'augmenter le rapport entre les retraites et les salaires à un moment donné. Le progrès technique ne constitue pas une réponse aux problèmes posés par l'évolution démographique concernant le partage du revenu.

1.3 Peut-on empêcher la hausse du taux de dépendance ? Allonger la durée d'activité.

Dans le modèle de base, le vieillissement de la population est mal représenté par la baisse de n . Cela nous prive d'une troisième politique économique consistant à allonger la durée de la vie active.

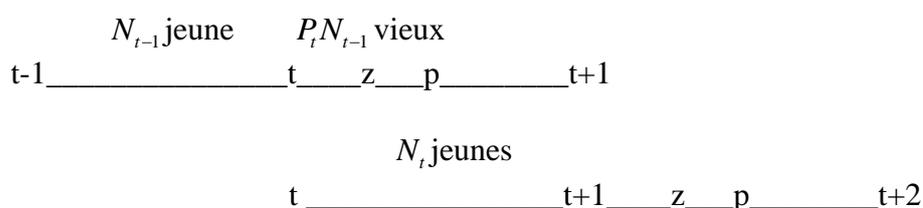
Nous introduisons¹⁹ deux hypothèses dans le modèle de Base.

- Dans le modèle de base, le vieillissement de la population, se traduit par la hausse du taux de dépendance $\frac{N_{t-1}}{N_t} = \frac{1}{(1+n)}$. Le vieillissement est donc conçu comme une baisse

du taux de croissance de la population. Il est possible et préférable de modéliser le vieillissement de façon plus réaliste par un allongement de la durée de vie (H1).

- Pour introduire dans notre modèle la possibilité que la politique économique puisse allonger la durée du travail, nous supposons que les agents travaillent pendant une partie de leur seconde partie de vie (H2).

H1 : Supposons que les vieux ne vivent qu'une partie de la seconde période, ils meurent à la date p .



A la période $(t, t+1)$ il y a N_t jeunes qui font $(1+n)$ enfants. La règle de croissance de la population est donc comme d'habitude $N_{t+1} = (1+n)N_t$ et $N_t = (1+n)N_{t-1}$

A la période $(t, t+1)$ il n'y a plus N_{t-1} vieux mais seulement $P_t N_{t-1}$ où P_t est la proportion de survivants dans la période de vieillesse²⁰.

La population totale vivant en $(t, t+1)$ est donc : $Pop = N_t + P_t N_{t-1} = (1+n + P_t)N_{t-1}$ 21

¹⁸ Eventuellement on peut juste dire qu'une croissance forte rendrait plus supportable une hausse des cotisations.

¹⁹ Voir d'Autume (2003)

²⁰ $P_t = \frac{p-t}{(t+1)-t} = \frac{2010-2000}{2030-2000} = \frac{1}{3}$ la proportion de survivants mais aussi une proportion de la période.

²¹ Dans l'ancien modèle, sans H1, la population totale était $Pop = (1+n+1)N_{t-1}$

H2 : Introduisons l'âge de la retraite noté z . Les agents travaillent une proportion $z_t < P_t$ de leur seconde période de vie.

Le nombre de travailleurs durant la période (t, t+1) est : $L_t = (1+n+z_t)N_{t-1}$

Le nombre de retraités durant la période (t, t+1) est : $(P_t - z_t)N_{t-1}$

Ces deux hypothèses nous permettent de jouer sur un troisième paramètre de politique économique z .

Le **taux de dépendance**, est maintenant : $\frac{\text{Retraités}}{\text{Actifs}} = \frac{P_t - z_t}{(1+n_t + z_t)}$

Le **taux de remplacement** est toujours : $\lambda_t = \frac{T_t}{w_t}$ qui donne $T_t = w_t \lambda_t$

L'**équilibre budgétaire** de la caisse de retraite est maintenant :

$(P_t - z_t)N_{t-1}T_t = (1+n+z_t)N_{t-1}.\tau.w_t$ qui donne : $T_t = \frac{(1+n+z_t)}{P_t - z_t}.\tau.w_t$

En égalisant les deux expressions de T_t : $\lambda_t w_t = \frac{(1+n+z_t)}{P_t - z_t}.\tau.w_t$

En résolvant en τ :

$$\tau = \lambda \cdot \frac{P - z}{(1+n+z)}$$

L'équilibre comptable de la caisse de retraite est, comme précédemment, donné par un taux de cotisation égal au produit du taux de remplacement et du taux de dépendance. Mais maintenant le taux de dépendance n'est plus exogène, il dépend de z , l'âge de la retraite, qui devient une variable de politique économique.

Puisque P et n sont des paramètres exogènes, il y a trois variables de contrôle liées τ, λ, z , donc la possibilité de mener 4 politiques en respectant la contrainte comptable donnée par l'équation d'équilibre :

- 1) augmenter le taux de cotisation (τ), en gardant la même durée de cotisation
- 2) augmenter la durée de cotisation (z), en conservant le taux de cotisation actuel
- 3) réduire les retraites c'est à dire le taux de remplacement (λ)
- 4) utiliser les trois instruments : On cotise plus, plus longtemps et on reçoit moins.

La **solution** choisie en 2003 par la réforme Fillon, pour sauver la retraite par répartition a été d'augmenter la durée de cotisation (z) et de réduire les retraites (λ). Le taux de cotisation (τ) ne varie pas pour ne pas augmenter les charges sociales qui pèsent sur le coût du travail dans un monde compétitif et, nous l'avons montré, pour ne pas réduire l'épargne et le niveau du capital. La réforme Woerth de 2010 a également augmenté l'âge légal (z).

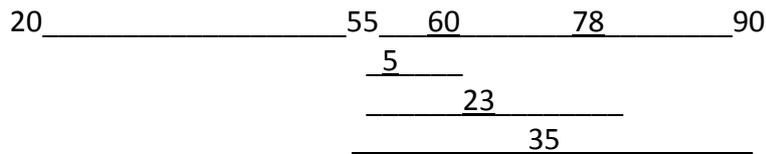
Montrons, en calibrant le modèle, qu'augmenter (z) est une solution intéressante.

1.4 Calibrage

Le calibrage en 2000 et les hypothèses du choc démographique d'ici 2040 correspondent aux données du rapport Charpin (1999).

Calibrage en 2000

La durée de la période est de 35 ans, la première court de 20 à 55 ans, la deuxième de 55 ans à 90 ans. La population croît de 0,4% par an. L'espérance de vie à 55 ans est de 23 ans. La durée de vie est de $55 + 23 = 78$ ans. L'âge de la retraite est de $55 + 5 = 60$ ans.



Donc : $n = 0.004^{35} - 1 = 0.14$, $P = 23/35$, $z = 5/35$

Le taux de dépendance est : $\frac{\text{Retraités}}{\text{Actifs}} = \frac{P_t - z_t}{(1 + n_t + z_t)} = \frac{18/35}{1 + 0.14 + (5/35)} = 40\%$

Supposons un taux de remplacement de $\lambda = 50\%$

Le taux de cotisation est donc de $\tau = 20\%$ ($0.5 \times 0.4 = 0.2$).

Choc démographique d'ici 2040

Nous calibrons ainsi le changement démographique :

- Le taux de croissance de la population devient nul, (n) passe de 0,4% par an à 0%.
- La durée de vie passe de 78 à 88 ans (l'espérance de vie à 55 ans passe de 23 à 33 ans).

1)- Si l'âge de la retraite ne change pas : $n = 0$, $P = 33/35$, $z = 5/35$.

Le taux de dépendance devient : $\frac{28/35}{1 + 0 + (5/35)} = 70\%$

Comme précédemment il faut :

- augmenter le taux de cotisation τ de 20% à 35% ($35\% = 50\% \times 70\%$)
- baisser le taux de remplacement λ de 50% à 29% (puisque $20\% = 29\% \times 70\%$)

Comme on l'a dit ces solutions sont très coûteuses en bien-être. Une façon de relâcher cette contrainte est de diminuer le taux de dépendance en augmentant l'âge de la retraite

2)- Si l'âge de la retraite augmente de 5 ans : $n = 0$, $P = 33/35$, $z = 10/35$.

Le taux de dépendance devient : $\frac{23/35}{1 + 0 + (10/35)} = 51\%$

Cela relâche considérablement la contrainte sur le partage du revenu puisque il suffit :

- d'augmenter le taux de cotisation τ de 20% à 25% ($25\% = 50\% \times 51\%$)
- baisser le taux de remplacement λ de 50% à 39% (puisque $20\% = 39\% \times 51\%$).

A titre d'exercice calculez quelle est l'augmentation de l'âge de la retraite qui permet de ne pas augmenter le taux de cotisation et de ne pas baisser le taux de remplacement ?

Vu de cette façon comptable, une bonne façon de « sauver la retraite par répartition » est donc d'augmenter l'âge de la retraite, dans la mesure où il est impossible de diminuer les pensions et d'augmenter les impôts. Mais il serait intéressant de comparer les effets sur le bien-être des trois politiques. Le modèle plus complet doit en particulier introduire une fonction d'utilité qui dépende de la préférence pour le loisir des agents. La connaissance de ce paramètre est déterminante pour choisir la politique optimale²².

²² Vis-à-vis de l'augmentation des impôts le modèle devrait intégrer une hypothèse sur l'évasion fiscale et la concurrence fiscale. Toutes les incertitudes sur la calibration de ces hypothèses rendent le choix de la réforme très politique.

Vieillesse et niveau de la richesse

Le vieillissement implique une baisse du niveau de la richesse en régime de répartition. On sait qu'en répartition ($\tau > 0$) le capital est plus faible qu'en capitalisation. Donc une hausse de τ , pour respecter la contrainte comptable, implique une baisse de la richesse.

- En **capitalisation** le niveau du capital est $k_{cap} = \left(\frac{(1-\alpha)}{(1+n)(2+\rho)} \right)^{1/(1-\alpha)}$ donc si n baisse, alors

k augmente (C'est la thèse de Kotlikoff qui dit que la force de travail (15-64 ans) va diminuer relativement aux vieux qui détiennent le capital, il y aura donc plus de capital et moins de travail. Donc le rapport K/L va augmenter et donc w va augmenter et r baisser mais le revenu du capital (rk) augmenter). *

- Si les agents sont **altruistes** $k = (\alpha/\phi)^{1/(1-\alpha)}$ alors k est déterminé par le taux d'altruisme, il reste inchangé par le vieillissement.

- En **répartition** le niveau du capital est $k_{rep} = \left(\frac{(1-\alpha)(1-\tau)}{(1+n)[(2+\rho) + ((1-\alpha)/\alpha)(1+\rho)\tau]} \right)^{1/(1-\alpha)}$

donc la baisse de n augmente k mais la hausse nécessaire de $\tau = \lambda/(1+n)$ réduit k. Au total la richesse diminue.

* Remarque en ce qui concerne le "niveau" un sophisme courant est le suivant : "*puisque'il y a plus de vieux à la retraite et moins de jeunes qui travaillent, la production doit baisser, puisque'il y a moins de producteurs et plus de consommateurs*". Il ne faut pas oublier que la production résulte de deux facteurs le travail et le capital et que s'il y a plus de vieux il y a plus de capital dans le modèle OLG.

2. Le problème du recul de l'âge de la retraite

Si l'allongement de la durée d'activité semble la meilleure solution pour sauver la retraite par réparation, est-ce possible et comment faire ? Il se trouve que le taux d'emploi des seniors en France est très faible. Le recul de l'âge de départ à la retraite n'est possible que si les vieux ont réellement la possibilité de se maintenir en emploi. Quel moyen utiliser une politique décentralisée d'incitation ou une politique centralisée de recul de l'âge légal ?

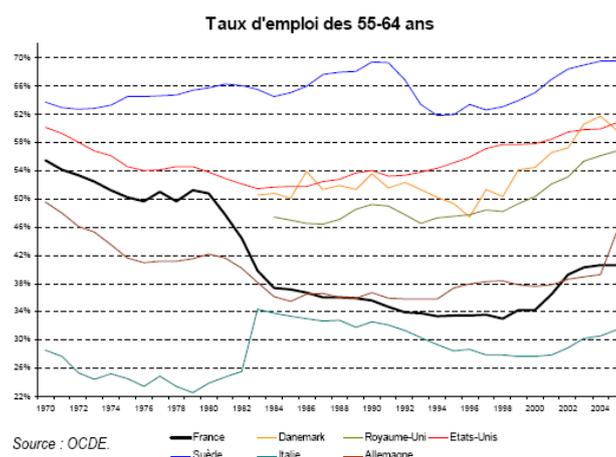
2.1 L'âge optimal de la retraite : incitations et espérance de vie.

L'allongement de la durée du travail est « normal » face à l'allongement de la durée de vie. C'est en tout cas la réaction rationnelle dans une économie de marché. Si un individu pouvait déterminer librement l'âge de sa retraite, quel âge choisirait-il ? Le cycle de vie d'un individu comporte trois parties : éducation, travail, retraite. Les revenus du travail financent la consommation des trois parties de la vie, et ce dans tout type de système : Dans un système de marché l'individu emprunte pour financer ses études, rembourse son emprunt quand il travaille et se constitue un capital qu'il utilise quand il est retraité. Dans un système centralisé, l'éducation est financée par les impôts sur les travailleurs puisque la société s'attend à ce que le futur actif paie des impôts qui financeront l'éducation de la génération suivante. La retraite est financée par les impôts sur la génération suivante qui travaille. Dans un système d'altruisme, les parents (actifs) payent les études de leurs enfants et entretiennent leurs vieux

parents. **Dans tous les cas, le niveau de la consommation individuel est donc déterminé par la durée de la vie active.** Celle-ci dépend de l'âge d'entrée et de sortie dans cette vie active. L'agent qui pourrait choisir librement son âge d'entrée et de sortie du marché du travail fait face aux arbitrages suivants : L'allongement des études augmente le salaire mais réduit le nombre d'années productives. L'allongement de la période de travail en repoussant l'âge de la retraite permet, de percevoir des salaires sur une durée plus longue et donc d'accumuler une richesse plus grande pour consommer durant la retraite, mais diminue le bien-être lié au loisir²³. Un paramètre fondamental qui détermine le choix de l'individu est son **espérance de vie**. Pour l'éducation : si l'espérance de vie est basse, l'individu a intérêt à ne pas rester longtemps en formation pour travailler longtemps pour financer sa consommation. Si l'espérance de vie est élevée, les gains espérés en termes de salaires d'un accroissement de sa qualification sont grands. Il sera donc optimal de se former longtemps, puisque la période de rendement de l'investissement en capital humain est longue. Pour la retraite évidemment, plus l'espérance de vie augmente, plus l'individu a besoin d'accumuler de ressources pour financer sa consommation de retraité. **Un accroissement de l'espérance de vie a donc pour effet clair d'accroître la période d'éducation et de relever l'âge optimal de la retraite.** Cela est démontré dans une économie de marché, et c'est donc ce que l'on observerait (si vous avez foi dans le modèle néoclassique) dans un système pur par capitalisation. (Disons pour la suite que les gens partiraient à l'âge optimal de 64 ans). La question que l'on va se poser est : Est-ce possible dans une économie centralisée avec un système de retraite par répartition ?

2.2 Faible taux d'emploi des 55/64 ans en France alors que l'espérance de vie augmente

Le problème est que le taux d'activité des 55/64 ans est faible dans de nombreux pays et en particulier en France. La politique "malthusienne" face au chômage, la diminution de l'âge légal en 1982 et la mise en place du système des préretraites en est en partie responsable. Mais d'autres causes sont possibles. La baisse de productivité avec l'âge semble la cause naturelle, cet aspect sera étudié dans la section 3. Le débat franco-français porte actuellement sur 2 autres causes du faible taux d'emploi des seniors : L'effet distance et l'absence de neutralité actuarielle.



²³ De plus si on suppose que la productivité diminue avec l'âge, le gain à repousser la retraite est de moins en moins important.

Sans faire de politique, remarquons simplement qu'il est normal que le taux d'emploi des 55-64ans soit faible dans un pays où l'âge légal est passé à 60 ans en 1982 et où on a mené des politiques de départ anticipé à la retraite.

2.3 L'effet distance

La thèse des économistes HLS²⁴ favorables à l'allongement de la durée d'activité est la suivante. Le faible taux d'emploi des seniors est expliqué par un « effet de distance à la retraite » : c'est le faible niveau des incitations à poursuivre son activité qui explique le faible taux d'emploi des seniors. La faible distance à la retraite ne conduit ni l'employeur ni le salarié à investir dans la formation pour améliorer la productivité du travail. Les vieux sont donc pour cette raison peu productifs, préfèrent donc partir en retraite et ne sont donc pas recrutés ou conservés par les entreprises. Allonger la durée d'activité diminuerait l'effet distance et ferait augmenter le taux d'emploi des seniors.

Remarquons que l'idée que « Augmenter l'âge légal de la retraite augmenterait automatiquement le taux d'emploi des seniors » n'a aucun fondement théorique universel. Si une telle proposition était vraie cela voudrait dire qu'en augmentant l'âge de la retraite à 90 ans cela ferait augmenter le taux d'emploi des seniors de 85 ans ! Cette idée n'est qu'une hypothèse empirique. Or cette thèse est contestée sur le plan empirique (Benallah 2008, 2009, voir le débat dans la Revue de l'OFCE n° 109. 2009).

2.4 L'absence de neutralité actuarielle et la taxe implicite sur l'activité

Comment dans un système social de répartition inciter les gens à partir à 64 ans ? (Ce qu'ils feraient naturellement dans une économie de marché). Réponse ; augmenter les incitations. Mais dans un système centralisé de retraite par répartition, pour **inciter** les gens à travailler plus longtemps il faut que le système de retraite (le système fiscal en général) satisfasse au principe de neutralité actuarielle.

La neutralité actuarielle en niveau garantit que la somme actualisée des cotisations versées par un individu au long de sa vie est égale à la somme actualisée des pensions qu'il recevra.

$$\sum_{t=1}^Z \frac{\tau \cdot w_t}{(1+r)^t} = \sum_{t=Z+1}^M \frac{T_t}{(1+r)^t} . \text{ Elle garantit l'équilibre financier de la caisse de retraite.}$$

La neutralité actuarielle à la marge garantit que le coût d'une année supplémentaire est égal au bénéfice d'une année supplémentaire. Elle explique le choix de l'agent. Pour un individu, l'âge optimal de départ en retraite est tel que le coût d'une année travaillée supplémentaire est égal au gain de cet effort. Le gain dépend de la préférence pour le présent, pour le loisir, de l'espérance de vie... Le coût d'une année supplémentaire est $\tau w + T$ (les cotisations versées plus la pension perdue). Il existe donc une taxe implicite sur le salaire de l'année

²⁴ HAIRAUT J.-O., F. LANGOT et T. SOPRASEUTH, 2006 : « Les effets à rebours de l'âge de la retraite sur le taux d'emploi des seniors », Économie et statistique, n° 397.

HAIRAUT J.-O., F. LANGOT et T. SOPRASEUTH, 2008 : Pour une retraite choisie. Editions Rue d'Ulm.

BLANCHET D., 2006 : « Âge ou distance à la retraite : quel est le principal déterminant de l'emploi des seniors? », Économie et Statistique, n° 397, pp. 65-68.

Voir le Rapport du CAE 58. Les seniors et l'emploi en France Antoine d'Autume, Jean Paul Bethèze et Jean-Olivier Hairault Parution : 18.01.2006 et voir Revue de l'OFCE n° 109. 2009.

Benallah S., Duc C. et Legendre F., Peut-on expliquer le faible taux d'emploi des seniors en France ?, Revue de l'OFCE 2008/2, N° 105, p. 19-54.

supplémentaire égale à $\frac{\tau w + T}{w} = \tau + \lambda = 20\% + 50\% = 70\%$. Une taxation implicite d'une année supplémentaire de travail au taux de 70 % explique facilement pour HLS le choix optimal d'une date précoce de départ à 60 ans.

De façon générale pour **inciter** les gens à reculer l'âge de leur retraite, il ne faut pas que le système de retraite incite par ailleurs à partir tôt. Or le système actuel comporte de nombreuses incitations à partir tôt à la retraite. Peut-on y remédier ? On peut certes supprimer certaines incitations à partir tôt : supprimer les préretraite, exonérer les entreprises de cotisations sociales en faveur des seniors, en théorie on pourrait développer le système des surcote/décote selon l'âge de départ pour satisfaire la neutralité actuarielle. Mais un système de retraite par répartition ne pourra pratiquement jamais réaliser la neutralité actuarielle. En effet, en principe le système devrait être tel que : Plus on part tôt, moins le montant de la pension doit être élevé, pour deux raisons : 1) on a cotisé moins longtemps, 2) en principe on aura une retraite plus longue. Plus on part tard, plus le montant de la pension doit être élevé, pour deux raisons : 1) on a cotisé plus longtemps, 2) en principe on aura une retraite moins longue. Ce raisonnement fait donc intervenir de façon cruciale²⁵ l'espérance de vie (le M de la formule de neutralité actuarielle). Le problème est que les individus n'ont pas la même espérance de vie. Elle dépend fortement du sexe et de la CSP... Un système de retraite par répartition actuariellement neutre devrait donc déterminer les retraites selon le sexe, la CSP... ! (en théorie selon l'espérance de vie de chaque individu !). Cela pose évidemment des problèmes légaux, de justice, de discriminations... insurmontables. Les femmes devraient avoir des retraites plus faibles... puisqu'elles vivent 6 à 8 ans de plus que les hommes. Les ouvriers qui meurent jeunes, devraient avoir des retraites plus fortes que les enseignants dont l'espérance de vie est élevée... (Remarquons que ce point est pris en compte par le concept de pénibilité).

Résumons nous : l'augmentation de l'espérance de vie implique d'augmenter l'âge de la retraite, mais dans un système par répartition pour que les individus soient incités à partir plus tard il faut que le système satisfasse à la neutralité actuarielle, condition difficile à réaliser de façon centralisée qui par nature comporte des taxes implicites sur l'activité et qui ne peut cibler les situations individuelles. Autrement dit, pour être efficace le système par répartition devrait ressembler en tout point à la retraite par capitalisation de façon à satisfaire chaque situation personnelle. Mais il est difficile de réaliser par la loi et la réglementation ce que le marché réalise de façon décentralisée. L'avantage de la capitalisation ne serait donc pas qu'il aurait un rendement supérieur (les deux systèmes sont équivalents en présence d'altruisme), mais qu'il réaliserait l'optimum pour chaque situation individuelle : chaque individu épargne ce qu'il veut étant donné son espérance de vie, sa préférence pour le présent, sa préférence pour le loisir etc... Face à cette difficulté d'une solution incitative la solution retenue par les politiques est centralisée.

2.5 Augmenter l'âge légal

La réforme Fillon de 2003 a **allongé la durée de cotisation** exigée pour bénéficier d'une retraite à taux plein, qui était de 37,½ ans avant 1994 et qui est passée à 41 ans en 2012, et passera à 42 ans en 2016, 43 ans en 2020, 44 ans en 2028, 45 ans en 2036. La réforme Woerth de 2010 a **relevé l'âge légal** de la retraite qui passe de 60 à 62 ans. Pourquoi relever

²⁵ Comme dans le raisonnement consacré à l'âge optimal de la retraite (§2.1).

l'âge légal alors que l'on a auparavant allongé la durée de cotisation ? La réponse est que l'allongement de la durée de cotisation n'a pas modifié le comportement des français qui ont continué à partir tôt (60 ans), quitte à subir une décote sur leurs pensions (pour les raisons précédentes). L'incitation donnée par les prix n'a pas été suffisante pour modifier leur comportement et les inciter à rester plus longtemps au travail. Outre les problèmes d'effet distance et de neutralité actuarielle il y a deux autres explications. Une explication est qu'ils ont une forte préférence pour le loisir, en ce cas la réforme Woerth est peu libérale puisqu'elle les force à travailler alors qu'ils ne veulent pas. Une autre explication est qu'ils sont myopes, en ce cas la réforme Woerth est paternaliste.

Résumons nous : 1) Le vieillissement pose un problème de financement du système par répartition. 2) Une bonne façon de « sauver la retraite par répartition » est d'augmenter l'âge de la retraite. 3) Il semble très difficile d'augmenter l'âge de la retraite dans un système par répartition autrement que de manière centralisée.

La question est alors à nouveau de savoir pourquoi s'acharner à sauver la retraite par répartition ? La question de la justice est peut être sur ce point en fin de compte importante.

3. Vieillesse, répartition / capitalisation, financement et justice

Nous comparons les deux systèmes face au problème du vieillissement conçu de façon plus élaborée que dans le modèle de base.

Nous caractérisons ici un aspect du vieillissement qui est l'alternance d'une génération nombreuse puis d'une génération peu nombreuse.

Nous examinons le problème du financement puis celui de la justice dans les deux systèmes. On a dit que le système par répartition n'était pas a priori plus juste que la capitalisation. On va examiner un point sur lequel la répartition peut avoir un avantage en termes de justice.

3.1 Alternance de générations nombreuses et peu nombreuses

Comme on l'a vu sur la période 2010-2040 la population française de plus de 65 ans va considérablement augmenter. En fait ce vieillissement de la population globale est dû à deux éléments. 1) au choc du Baby Boom d'après guerre 2) à la baisse de la fécondité dans les années récentes.

Le Baby Boom est arrivé en 1946 (200 000 naissances supplémentaires) il a duré jusqu'à 1975 date de la baisse du taux de fécondité.

Donc sur la période 2011-2040 il va y avoir arrivée de nombreux français à l'âge de la retraite (1946+65=2011 et 1975+65=2040).

Mais de 2000 (1975 + 25) à 2040 (1975 + 65) il va y avoir une faible population de travailleurs.

On peut modéliser les choses ainsi : Il y a une population de travailleurs forte qui va donner beaucoup de retraités, il y aura une population de travailleurs faible qui donnera à partir de 2040 peu de retraités.

On va modéliser ce phénomène par une alternance de population forte aux périodes impaires ($t = 1, 3, 5, \dots$) et de population faibles aux périodes paires ($t = 2, 4, 6, \dots$).

N_1 population forte (les baby boomer) N_2 population faible (votre génération)

$$N_1 > N_2$$

Le vieillissement est vu ici comme problème d'alternance d'importance de population. Quelles sont les conséquences en termes de financement des retraites et de justice sociale ?

3.2 La capitalisation face au vieillissement.

En principe le vieillissement ne pose aucun problème de financement en capitalisation. Chaque individu épargne pour sa propre retraite, sa retraite ne dépend donc pas du nombre d'actifs pour la financer. En capitalisation chaque génération cotise pour elle-même, l'épargne accumulée par une génération est donc toujours proportionnée au besoin de financement de la retraite de cette génération.

Certains économistes avancent toutefois l'argument suivant : Si une génération active nombreuse épargne en achetant des titres (actions et obligations), arrivée à l'âge de la retraite elle va revendre ces titres pour se procurer un revenu, mais si la génération des jeunes qui achètent les titres est moins nombreuse que celle des vieux qui les vendent, alors l'offre de titres sera plus forte que la demande et les prix de ces titres vont baisser, ce qui va réduire le revenu des retraités. Le système de retraite par capitalisation pose donc aussi un problème de financement en cas de vieillissement²⁶.

Il y a plusieurs critiques à faire à cet argument.

Certes la rentabilité du système peut diminuer mais il n'y a peu de chance que la rentabilité du système par capitalisation (r) passe en dessous de la rentabilité de la répartition (n) surtout si le problème est dû à la baisse de n .

Cet argument oublie que le système capitaliste est mondial et que d'autres pays sont dans une autre phase démographique ou les générations jeunes sont nombreuses et pourront acheter les actifs (Tous les pays émergents qui ont besoin de capital). A l'inverse le système par répartition est national et ne peut pas bénéficier du décalage démographique avec l'étranger.

3.3 Vieillesse/alternance et justice de la répartition

En capitalisation

Soit N_1 une population forte (les baby boomer) et N_2 une population faible (la votre).

$$N_1 > N_2$$

La population forte a un faible capital laissé par la population faible de la période précédente.

La population faible a un fort capital laissé par la population forte.

$$K_1 < K_2$$

Puisque le capital de la période 1 est faible, le taux d'intérêt est fort

$$r_1 > r_2$$

Puisque on suppose une alternance de population forte aux périodes impaires on a :

$$r_3 = r_1 > r_2 = r_4$$

Puisque à la période 1 le travail est fort et le capital faible, le salaire de la période 1 est faible :

$$w_1 < w_2$$

Concrètement ma génération a eu un faible salaire et aura un faible taux d'intérêt, votre génération bénéficiera d'un fort salaire et aura un fort taux d'intérêt.

La retraite de la génération nombreuse (la 1) est donc faible en capitalisation :

²⁶ De même en capitalisation la retraite est à la merci d'un krach boursier (en répartition la retraite est à la merci d'une crise économique). Mais si les marchés financiers connaissent des à-coups conjoncturels, ils offrent sur la longue période une rentabilité de l'ordre de 8%. Comme l'horizon temporel du financement de la retraite est par nature long, il peut intégrer les risques de court terme pour offrir une rémunération de long terme quasiment certaine. (Exemple aux USA les épargnes des jeunes salariés sont investies sur des actifs risqués puis les versements des vieux salariés sont investis sur des actifs non risqués)

En reprenant les équations du modèle de capitalisation : $c_1^j + s_1 = w_1$ et $c_2^v = (1+r_2) \cdot s_1$

$$s_1 = \frac{w_1}{2+\rho} \text{ et donc } \frac{w_1(1+r_2)}{2+\rho} < \frac{w_2(1+r_3)}{2+\rho}$$

Dans le système de retraite par capitalisation, la retraite de la génération forte est plus faible que celle de la génération faible pour deux raisons. Parce que son salaire est faible et parce que le taux d'intérêt qui rémunère son épargne est faible. Dans le système de retraite par capitalisation, la génération forte subit une double injustice, durant sa vie active (rémunération faible) et durant sa retraite (retraite faible). La répartition corrige cette injustice.

En répartition

La génération nombreuse (N_1) paye au total $N_1\tau_1w_1$ de cotisation et cela finance la retraite des agents de la génération peu nombreuse N_2T_2 , à l'équilibre comptable : $N_1\tau_1w_1 = N_2T_2$.

Si la caisse de retraite décide que le taux de remplacement est constant on a $T_2 = \lambda w_2$. A l'équilibre comptable on doit avoir $N_1\tau_1w_1 = N_2\lambda w_2$ et les taux de cotisations à payer par chaque génération sont :

$$\tau_1 = \lambda \frac{w_2 N_2}{w_1 N_1} \text{ pour la génération nombreuse} \quad \tau_2 = \lambda \frac{w_1 N_1}{w_2 N_2} \text{ pour la peu nombreuse}$$

Sous l'hypothèse que l'élasticité de la demande de travail est faible on a $w_1 N_1 > w_2 N_2$ et alors $\tau_2 > \tau_1$. La génération peu nombreuse (N_2) doit cotiser pour financer les retraites de la génération nombreuse, le taux de cotisation qu'elle paye (τ_2) est donc élevé puisque la population pour laquelle elle paye est de grande taille ($N_1 > N_2$).

Comme précédemment, $K_1 < K_2$ donc $r_1 > r_2$ et $w_1 < w_2$. La génération peu nombreuse (N_2) a un salaire élevé w_2 , et un rendement élevé de son épargne ($r_3 = r_1$), mais elle paye de fortes cotisations retraites aux vieux de la génération nombreuse (N_1).

La retraite par répartition à la différence de la retraite par capitalisation génère dans ce cas d'alternance démographique un transfert entre générations qui compense l'inégalité de revenu. **Dans ce cas (qui est le cas actuel) on peut dire que la retraite par répartition est plus juste que la retraite par capitalisation.** C'est peut être une raison pour « sauver la retraite par répartition ».

Section 3 : L'efficacité des retraites et vieillissement du capital humain

Jusqu'ici l'efficacité de la retraite par répartition était justifiée parce qu'elle supprimait l'inefficacité dynamique. Mais on peut se demander si les pays qui ont établi un système de retraite par répartition, l'ont fait pour cette raison.

En fait les raisons invoquées sont plutôt des raisons d'équité, de justice. Mais d'une part, comme on l'a dit, celles-ci ne sont pas évidentes, et d'autre part, selon le paradigme de la théorie néoclassique statique, il existe une substitution entre efficacité et équité, entre la taille du gâteau et le nombre de parts. Les politiques de redistribution financées par les prélèvements obligatoires découragent l'activité. Une tendance récente de la réflexion économique sur les institutions, est de justifier le rôle des institutions par le fait qu'elles accroissent l'efficacité économique.

Dans cette perspective, une autre modélisation des retraites est possible, qui les considère comme permettant d'accroître l'efficacité productive. C'est au XX^e siècle que se sont généralisés les systèmes de redistribution : d'indemnisation du chômage, de sécurité sociale, d'éducation publique. Peut-on expliquer ces institutions par le fait qu'elles sont devenues efficaces avec le développement ?

Sala-i-Martin (1996) montre qu'en présence d'externalité du capital humain, l'exclusion des moins productifs (les vieux) permet d'augmenter la production, même lorsque l'exclusion s'accompagne d'un financement de transfert. Il propose une explication endogène à l'apparition des systèmes redistributifs (les retraites) lorsque le niveau de capital humain génère des externalités suffisamment importantes pour financer les transferts qui rendent l'exclusion Pareto améliorante. Son modèle répond à la question de savoir pourquoi les créations des systèmes de transferts publics sont récentes.

1. Le modèle de Sala-i-Martin

1.1 Les hypothèses

H1 : les travailleurs sont dotés de niveaux de capital humain différents. Le travailleur i dispose à la date t , d'un niveau h_t^i . On pose qu'il est h_t^i fois plus productif que le travailleur « de base » dont le niveau est égal à 1.

H2 : la firme j emploie N_t^j travailleurs au cours de la période t . Elle emploie n_t^{ij} travailleurs dotés d'un niveau de capital humain h_t^i . La quantité de travail efficace utilisé est donc :

$$H_t^j = \sum_i (n_t^{ij})(h_t^i).$$

H3 : la fonction de production de la firme j est : $Y_t^j = A.(K_t^j)^\alpha.(H_t^j)^{1-\alpha}.\left(\frac{H_t^j}{N_t^j}\right)^{\omega_j}.\left(\frac{H_t^j}{N_t^j}\right)^\varepsilon$.

Elle est homogène de degré un, vis-à-vis des inputs rémunérés et elle est affectée d'une externalité et d'une internalité :

$\left(\frac{H_t^j}{N_t^j}\right)^\varepsilon$ est une externalité générée par le niveau moyen de capital humain dans l'économie. La

firme ne contrôle pas cet effet externe et ne rémunère pas ce facteur de production.

$\left(\frac{H_t^j}{N_t^j}\right)^{\omega j}$ est une externalité générée par le niveau moyen de capital humain dans la firme. La firme contrôle l'effet du niveau moyen du capital humain qu'elle utilise. Ce n'est donc pas un effet externe à la firme et la firme rémunère ce facteur de production : les salaires reflètent non seulement la contribution marginale directe du travailleur, mais aussi son influence sur la productivité des autres salariés à travers la variation qu'il provoque sur le niveau moyen de capital humain dans la firme. On va voir que malgré l'homogénéité de degré un vis-à-vis des inputs rémunérés, la firme peut rémunérer cette externalité.

H4 : Pour simplifier, Sala-i-Martin suppose

1) qu'il n'existe que deux types de travailleurs : les jeunes (y) et les vieux (o).

2) que toutes les firmes sont identiques, ce qui permet une agrégation facile.

Alors les fonctions de production micro et macroéconomique deviennent :

$$Y_t^j = A.(K_t^j)^\alpha.(n_t^{jy}.h_t^{jy} + n_t^{jo}.h_t^{jo})^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{n_t^{jy}.h_t^{jy} + n_t^{jo}.h_t^{jo}}{n_t^{jy} + n_t^{jo}}\right)^{\omega j} \cdot \left(\frac{n_t^y.h_t^y + n_t^o.h_t^o}{n_t^y + n_t^o}\right)^\varepsilon$$

$$Y_t = A.(K_t)^\alpha.(n_t^y.h_t^y + n_t^o.h_t^o)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{n_t^y.h_t^y + n_t^o.h_t^o}{n_t^y + n_t^o}\right)^\omega \cdot \left(\frac{n_t^y.h_t^y + n_t^o.h_t^o}{n_t^y + n_t^o}\right)^\varepsilon \quad (1)$$

H5 : la croissance exogène du capital humain

Le moteur de la croissance dans ce modèle est lié à la croissance du stock de capital humain. Sala-i-Martin suppose simplement que le capital humain des jeunes augmente :

$$h_{t+1}^y = (1+\nu).h_t^y \quad (2)$$

Il n'y a pas de processus de choix de la durée d'éducation (le petit u du modèle de Lucas), donc pas véritablement d'accumulation endogène du capital humain dont la croissance est posée comme exogène au taux ν . Ce à quoi va s'intéresser le modèle, c'est, par contre, aux effets de l'obsolescence du capital humain résultant du passage du temps. La perte de capital humain au cours du temps est formalisée par :

$$h_{t+1}^o = (1-\delta).h_t^o \quad \text{avec : } \delta = \delta(h_t^y), \delta'(h_t^y) > 0 \text{ et } \lim_{h_t^y \rightarrow \infty} \delta(h_t^y) = \zeta \quad (3)$$

Cette formulation est le cœur du modèle. Un jeune qui est doté de h_t^y n'a plus qu'un niveau h_{t+1}^o quand il est vieux. δ est le taux auquel se déprécie le capital humain au cours de la vie. Ce taux est supposé croissant avec le niveau du capital humain. Ce taux tend vers une valeur limite, constante, ζ qui détermine l'état stationnaire du modèle.

La justification de l'hypothèse de croissance de δ en fonction du niveau de capital humain est qu'avec le développement des économies, l'évolution des technologies se fait de plus en plus rapide et ce faisant, les connaissances des individus souffrent d'une obsolescence de plus en plus vive. Les capacités productives des individus étant acquises dans leur jeunesse, plus le progrès technique ν est fort et plus les individus souffrent d'une dépréciation de leur capital humain, plus l'écart, à une date donnée, entre jeunes et vieux sera grand.

On comprend alors que des économies développées qui ont des niveaux de capital humain élevés ont des écarts importants entre le niveau de capital humain des jeunes et des vieux. L'externalité négative des vieux s'accroît et l'incitation à les exclure de la population active aussi.

1.2 La croissance d'état régulier

Sala-i-Martin développe l'optimisation d'agents dans un modèle à générations imbriquées particulier. L'hypothèse centrale est que les agents peuvent travailler quand ils sont vieux. Il fait de plus les hypothèses simplificatrices suivantes :

La croissance de la population est nulle ($n=0$), le capital se déprécie entièrement sur une période, l'altruisme est parfait ($\phi = \rho$) de sorte que les parents déprécient la vie de leurs enfants au même taux que la leur au taux (ρ).

La dernière hypothèse fait que la condition d'optimalité se résumant à la règle de Ramsey :

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = (1 + \gamma) = \frac{(1 + r_{t+1})}{(1 + \rho)} \quad (4)$$

Etant donné l'entière dépréciation du capital l'épargne en t est égale au capital de t+1 :

$$s_t Y_t = K_{t+1} = K_t (1 + \gamma) \quad (5)$$

D'après la fonction de production Cobb-Douglas : $r_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t}$ (6)

De ces trois équations, on peut conclure qu'à l'état régulier, le taux d'épargne est constant :

$$s = \frac{\alpha(1 + \gamma)}{r^*} \quad (7)$$

Pour calculer le taux de croissance, partons du logarithme de la production en t+1 :

$$\ln(Y_{t+1}) = \ln A + \alpha \ln(K_{t+1}) + \ln \left[(n_{t+1}^y)(h_{t+1}^y) + (n_{t+1}^o)(h_{t+1}^o) \right]^{1-\alpha} + \ln \left[\frac{(n_{t+1}^y)(h_{t+1}^y) + (n_{t+1}^o)(h_{t+1}^o)}{(n_{t+1}^y) + (n_{t+1}^o)} \right]^{\varepsilon + \omega}.$$

En remplaçant K_{t+1} par $s_t Y_t$ (équation 5), et en regroupant les termes identiques :

$$\ln(Y_{t+1}) = \ln A + \alpha \ln(s) + \alpha \ln(Y_t) + (1 - \alpha + \varepsilon + \omega) \ln \left[n_{t+1}^y h_{t+1}^y + n_{t+1}^o h_{t+1}^o \right] - (\varepsilon + \omega) \ln \left[n_{t+1}^y + n_{t+1}^o \right].$$

On soustrait à cette équation la même équation pour la période t :

$$\ln(Y_t) = \ln A + \alpha \ln(s) + \alpha \ln(Y_{t-1}) + (1 - \alpha + \varepsilon + \omega) \ln \left[n_t^y h_t^y + n_t^o h_t^o \right] - (\varepsilon + \omega) \ln \left[n_t^y + n_t^o \right],$$

puisque le taux de croissance de la population est nul, ($n_t^y = n_t^o = n_{t+1}^y = n_{t+1}^o$), on obtient :

$$(1 - \alpha) \gamma_y = (1 - \alpha + \varepsilon + \omega) \nu, \text{ où } \nu \text{ est le taux de croissance du capital humain des jeunes.}$$

Puisque à l'état régulier $\gamma_c = \gamma_k = \gamma_y$ et que $\delta(h_t^y) = \zeta$ est constant, on obtient :

$$\gamma = \frac{1 - \alpha + \omega + \varepsilon}{1 - \alpha} \nu \quad (8)$$

On obtient un résultat identique à celui du modèle de Lucas, à la différence qu'ici, ν est exogène. S'il n'y avait pas d'externalités, le taux de croissance serait celui du capital humain, l'externalité rajoute un plus à la croissance.

2. L'exclusion des vieux et l'efficience des retraites

Puisque par hypothèse la productivité des vieux est inférieure à celle des jeunes, leur présence dans la production diminue le capital humain moyen de l'économie et exerce donc une externalité négative. Supprimer celle-ci procure sous certaines conditions une amélioration au sens de Pareto. Pour le montrer, on calcule deux équilibres : celui où tout le monde travaille, puis celui où les vieux sont exclus de la production.

2.1 L'économie sans exclus

Si tous les individus jeunes et vieux travaillent, la fonction de production est :

$$Y_t^{all} = A.(K_t)^\alpha .(n_t^y .h_t^y + n_t^o .h_t^o)^{1-\alpha} . \left(\frac{n_t^y .h_t^y + n_t^o .h_t^o}{n_t^y + n_t^o} \right)^\omega . \left(\frac{n_t^y .h_t^y + n_t^o .h_t^o}{n_t^y + n_t^o} \right)^\varepsilon .$$

En concurrence, les rémunérations des facteurs sont (pour simplifier on omet l'indice t) :

$$r^{all} = \frac{\partial Y^{all}}{\partial K} = \frac{\alpha . Y^{all}}{K^{all}} ,$$

$$w^{o,all} = \frac{\partial Y^{all}}{\partial n^o} = \frac{(1-\alpha) . h^o . Y^{all}}{n^y . h^y + n^o . h^o} + \omega . \frac{Y^{all} . n^y . (h^o - h^y)}{(n^y . h^y + n^o . h^o) . (n^y + n^o)} ,$$

$$w^{y,all} = \frac{\partial Y^{all}}{\partial n^y} = \frac{(1-\alpha) . h^y . Y^{all}}{n^y . h^y + n^o . h^o} + \omega . \frac{Y^{all} . n^o . (h^y - h^o)}{(n^y . h^y + n^o . h^o) . (n^y + n^o)} .$$

Dans les deux dernières équations, les premiers termes sont la rémunération de la productivité directe, les seconds termes la rémunération des externalités. On voit que les termes liés à la rémunération de l'externalité s'annulent, puisque ce qui est payé en plus aux jeunes est payé en moins aux vieux. Il en résulte que globalement l'externalité n'est pas une dépense pour la firme et donc que la rémunération des facteurs épuise le produit.

On vérifie que $Y^{all} = r^{all} . K^{all} + w^{y,all} . n^y + w^{o,all} . n^o$.

2.2 L'économie avec exclus

Si seuls les jeunes travaillent, alors ($n_t^o = 0$) et la fonction de production devient :

$$Y_t^{ss} = A.(K_t)^\alpha .(n_t^y .h_t^y)^{1-\alpha} . \left(\frac{n_t^y .h_t^y}{n_t^y} \right)^\omega . \left(\frac{n_t^y .h_t^y}{n_t^y} \right)^\varepsilon = A.(K_t)^\alpha .(n_t^y)^{1-\alpha} .(h_t^y)^{1-\alpha+\omega+\varepsilon} .$$

Les rémunérations des facteurs sont :

$$r^{ss} = \frac{\partial Y^{ss}}{\partial K} = \frac{\alpha . Y^{ss}}{K^{ss}} \quad \text{et} \quad w^{y,ss} = \frac{\partial Y^{ss}}{\partial n^y} = \frac{(1-\alpha) . Y^{ss}}{n^y} .$$

Il n'y a ici aucune rémunération liée à l'externalité puisque tous les travailleurs ayant le même capital humain, la rémunération à la productivité marginale épuise le produit. On vérifie que :

$$Y^{ss} = r^{ss} . K^{ss} + w^{y,ss} . n^y .$$

2.3 L'effet de l'exclusion sur le taux de croissance d'état régulier

Le calcul du taux de croissance d'état régulier que nous avons effectué ci-dessus est identique pour les économies avec ou sans exclus.

$$\gamma^{all} = \frac{1-\alpha+\omega+\varepsilon}{1-\alpha} . \nu = \gamma^{ss} \tag{9}$$

Les taux de croissance avec ou sans exclus sont identiques. Le fait que les personnes les moins productives travaillent ou ne travaillent pas, n'affecte en rien le taux de croissance d'état régulier. Il faut bien comprendre la raison de ce résultat du modèle : sur le sentier de croissance d'état régulier, le taux de dépréciation du capital humain est constant, il a atteint sa valeur limite ($\delta(h^y) = \zeta$) et donc le stock de capital humain des jeunes comme des vieux croît au même taux. Il s'ensuit que le travail efficace croît au même taux qu'il y ait exclusion ou non.

Enfin on tire de ce résultat et de la règle de Ramsey, l'égalité des taux d'intérêt dans chaque type d'économie : $r^{ss} = r^{all} = r^*$, à l'état régulier des deux économies.

2.4 L'effet de l'exclusion sur le niveau du produit

On calcule la différence d'output qui résulte de l'exclusion des vieux pour montrer qu'elle est positive sous certaines conditions. Pour que nos résultats soient intéressants il faut évidemment que cette différence logarithmique soit constante dans le temps. Pour qu'elle soit constante il suffit que les taux de croissance de l'économie où tout le monde travaille et de l'économie où seulement les jeunes travaillent, soient égaux. C'est effectivement le cas à l'état régulier, comme le montre l'équation (9).

$$\begin{aligned} \ln(Y_t^{all}) - \ln(Y_t^{SS}) &= \ln(A) + \alpha \ln(K_t^{all}) + (1 - \alpha + \omega + \varepsilon) \ln(n_t^y \cdot h_t^y + n_t^o \cdot h_t^o) - (\omega + \varepsilon) \cdot \ln(n_t^y + n_t^o) \\ &\quad - \ln(A) - \alpha \ln(K_t^{SS}) - (1 - \alpha + \omega + \varepsilon) \ln(n_t^y \cdot h_t^y) + (\omega + \varepsilon) \cdot \ln(n_t^y) \end{aligned}$$

En utilisant les relations d'accumulation du capital humain et les deux relations d'état régulier,

$K = \frac{\alpha Y}{r^*}$ et $\delta(h_t^y) = \zeta$, on peut réécrire la différence d'output d'état régulier ainsi :

$$\ln(Y_t^{all}) - \ln(Y_t^{SS}) = \frac{(1 - \alpha + \omega + \varepsilon)}{1 - \alpha} \cdot \ln\left(1 + \frac{n_t^o(1 - \zeta)}{n_t^y(1 + \nu)}\right) - \frac{(\omega + \varepsilon)}{1 - \alpha} \ln\left(1 + \frac{n_t^o}{n_t^y}\right) \quad (10)$$

S'il n'y avait pas d'externalités, ($\varepsilon, \omega = 0$) l'output serait toujours plus grand quand tout le monde travaille. Mais si les externalités (ε, ω) et la limite du taux de dépréciation des connaissances (ζ) sont suffisamment importants, l'output est plus élevé lorsque les vieux sont exclus de la production. Ce n'est évidemment pas un argument suffisant pour les exclure.

2.5 La création endogène d'un système de sécurité sociale

On montre que la création d'un système de retraite constitue, sous certaines conditions, une amélioration au sens de Pareto et que ces conditions ne se réalisent qu'à partir d'un certain niveau de développement.

Pour réaliser Y^{SS} , il est nécessaire d'exclure les vieux, mais la situation n'est Pareto supérieure que si un paiement compensatoire (une retraite T) les dédommage de la perte du salaire qu'ils obtenaient ($w^{o,all}$). Le financement des retraites porte sur les jeunes, ils n'acceptent de financer les retraites des vieux que si leur salaire net de la cotisation retraite ($w^{y,ss}(1 - \tau)$) est au moins égal au salaire qu'ils obtenaient dans la situation où tout le monde travaille ($w^{y,all}$).

Les vieux acceptent le système de sécurité sociale si : $T \geq w^{o,all}$.

Les jeunes acceptent le système de sécurité sociale si : $w^{y,ss}(1 - \tau) \geq w^{y,all}$.

Donc le système de retraite par répartition est une amélioration au sens de Pareto si :

$$w^{y,ss}(1 - \tau)n_y + Tn_o \geq w^{y,all}n_y + w^{o,all}n_o, \text{ ou si : } w^{y,ss}n_y - \tau w^{y,ss}n_y + Tn_o \geq w^{y,all}n_y + w^{o,all}n_o.$$

En imposant la condition d'équilibre du financement des retraites : $\tau \cdot w^{y,ss} \cdot n_y = T \cdot n_o$, ce système est possible s'il satisfait la contrainte de distribution des revenus :

$$r^{ss}K^{ss} + w^{y,ss}n_y \geq r^{all}K^{all} + w^{y,all}n_y + w^{o,all}n_o, \text{ donc si : } Y^{ss} \geq Y^{all}.$$

Il suffit que l'exclusion des vieux permette de réaliser un surplus de production pour que le système de retraite par répartition permette de réaliser des transferts et autorise donc une amélioration au sens de Pareto. En plus de cette explication originale du système de retraite par répartition (dont le débat politique autour des retraites devrait tenir compte), la question de savoir pourquoi les systèmes de sécurité sociale sont des créations récentes trouve alors une réponse dans ce modèle.

Considérons deux économies qui, à la date $t = 0$, ont le même niveau de capital physique et humain et le même nombre d'agents de chaque génération. Dans l'une, tout le monde travaille, dans l'autre, les vieux sont à la retraite. La différence (en log) de leur output est donnée par l'équation que l'on a déterminée ci-dessus à l'état stationnaire, que l'on réécrit ici en dynamique transitoire à la date t :

$$\ln(Y_t^{all}) - \ln(Y_t^{ss}) = \frac{(1-\alpha + \omega + \varepsilon)}{1-\alpha} \cdot \ln\left(1 + \frac{n_t^o(1-\delta(h_t^y))}{n_t^y(1+\nu)}\right) - \frac{(\omega + \varepsilon)}{1-\alpha} \ln\left(1 + \frac{n_t^o}{n_t^y}\right) \quad (11)$$

La seule différence entre les équations (10) et (11) est l'expression du taux de dépréciation du capital humain. À l'état régulier, ce taux était égal à sa valeur limite (ζ), en dynamique transitoire, il est égal à $\delta(h^y)$, où h^y est le niveau de capital humain qui croît avec le développement. Puisque le taux de dépréciation est croissant en h^y , il existe un seuil de développement illustré sur la figure 1, qui permet d'atteindre h_{min}^y , qui va déterminer un taux de dépréciation $\delta(h_{min}^y)$ suffisamment élevé pour rendre, en t_{min} , la différence d'output nulle puis négative et donc rendre efficient le système de transfert à partir de cette date.

Figure 1 : dépréciation du capital humain

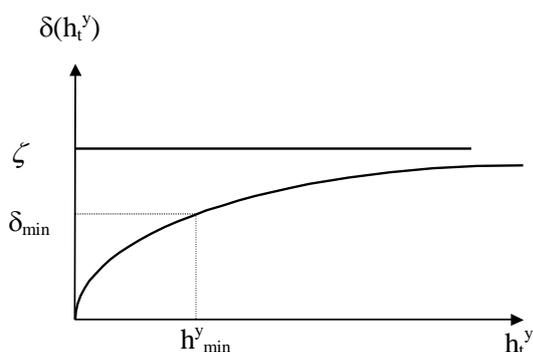
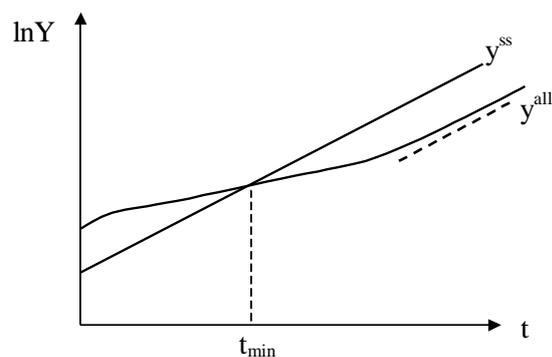


Figure 2 : évolution des deux économies



Les sentiers de croissance des deux économies sont représentés sur la figure 2. Initialement, l'économie où tout le monde travaille, produit plus. Pour des bas niveaux de développement, le capital humain ne se déprécie peu. Au cours du développement le capital humain des vieux se déprécie. Passé t_{min} , l'obsolescence du capital humain fait que l'économie qui a institué un système de retraite produit plus.

On a là un argument pour expliquer l'apparition des systèmes de retraite, au début du XX^e siècle : c'est le progrès technique qui, en accroissant le taux de dépréciation du capital humain, accroît l'écart entre le capital humain des jeunes et des vieux, exacerbe les externalités et rend efficient, à partir d'un certain moment, le financement d'une retraite. On a là un éclairage nouveau sur la retraite par répartition : elle résulte d'un contrat social fondé sur une recherche de l'efficacité productive.

2.6 L'arbitrage répartition capitalisation

Le modèle de Sala-i-Martin apporte également un éclairage nouveau sur la question du choix d'un régime de retraite par répartition ou par capitalisation. L'argument est le suivant : si l'exclusion est due à l'importance de l'internalité (ω), les firmes conscientes de l'effet néfaste sur le capital humain moyen de l'embauche des vieux, excluent ceux-ci de façon décentralisée. La constitution d'une épargne retraite par *capitalisation* durant la vie active devient alors indispensable.

Si c'est l'importance de l'externalité (ε) qui rend socialement optimale l'exclusion des vieux, alors l'intervention du dictateur bienveillant est nécessaire, non seulement pour exclure, mais encore pour organiser le consensus social sur le financement des retraites, qui, comme on l'a présenté ci-dessus, se fonde sur la *répartition*.

Une explication de long terme de la coexistence des deux systèmes selon les pays tient alors dans l'importance relative des externalités inter- ou intra-firmes. La justification d'un système par répartition ne se fait plus en invoquant une inefficience dynamique, mais une efficacité productive.

Conclusion

Comment "justifier" le système de retraite par répartition ?

1- Nous avons développé la justification par l'existence d'une inefficience dynamique. Même si l'on est en sous accumulation la supériorité du système par capitalisation n'est pas certaine.

2- On pourrait dire qu'à cause de l'imperfection du marché des capitaux les individus ne peuvent effectuer des placements intéressants de leur épargne et justifier ainsi la supériorité du système de répartition sur celui de la capitalisation.

3- L'explication paternaliste en terme de justice consiste à dire que les vieux méritent bien de se reposer et de toucher un transfert de la part des jeunes.

4- L'explication politico-économique est de dire que face au vieillissement de la population le groupe de pression des vieux devient majoritaire et obtient un transfert en sa faveur.

5- L'explication en terme d'efficacité productive et de contrat social. L'explication de la retraite par répartition dans le modèle de Sala-i-Martin concorde avec de nombreux faits stylisés contrairement aux autres explications :

1) La coexistence dans le monde de systèmes par capitalisation et par répartition s'explique mal par une condition globale sur l'inefficience dynamique. De nombreux pays ne sont pas en inefficience dynamique et ont un système de retraite par répartition.

2) Au cours du développement les marchés des capitaux deviennent de plus en plus efficaces. Les systèmes de transferts sont des créations récentes des économies développées. Ces deux faits vont à l'encontre de l'explication en termes d'imperfection du marché des capitaux.

3) Les individus doivent avoir travaillé pour prétendre pouvoir toucher une retraite, et la retraite est proportionnelle au salaire. Ces faits vont à l'encontre de l'explication paternaliste. De plus pourquoi être paternalistes envers les vieux et pas envers les jeunes ?

4) L'existence des systèmes de transferts est indépendante des régimes politiques et des structures par âge de la population. Cela réfute l'explication en termes de groupe de pression des personnes âgées.

Ce modèle a donc une certaine pertinence pour éclairer la politique économique. Il conduit à s'interroger sur la politique qui consiste à augmenter l'âge de la retraite.